

# Phương pháp thiết kế hệ thống thông minh hỗ trợ học Toán cấp Trung học cơ sở

Mai Trung Thành, Đỗ Văn Nhơn\* và Hoàng Ngọc Long  
Trường Đại học Quốc Tế Hồng Bàng

## TÓM TẮT

Một ứng dụng thông minh hỗ trợ học tập toán cấp Trung học cơ sở có vai trò rất ý nghĩa trong cuộc cách mạng chuyển đổi số nói chung, trong giáo dục nói riêng. Hệ hỗ trợ học tập thông minh phải có các chức năng giúp học sinh tự ôn luyện, tìm kiếm, tra cứu kiến thức theo sự phân loại, đặc biệt là khả năng hỗ trợ giải bài tập tự động và đưa ra lời giải từng bước, mang tính tự nhiên, sư phạm trong giáo dục. Có nhiều ứng dụng hỗ trợ học tập trong giáo dục, tuy nhiên các ứng dụng này chỉ đáp ứng các chức năng riêng lẻ, chưa có sự kết hợp các chức năng lại cùng với nhau để tạo thành một hệ thống tổng thể. Để thiết kế được hệ thống trên, đòi hỏi cần sự kết hợp từ nhiều kỹ thuật, phương pháp, đặc biệt là các phương pháp biểu diễn tri thức và các thiết kế dữ liệu theo mô hình cơ sở dữ liệu quan hệ. Bài báo sẽ trình bày phương pháp thiết kế hệ thống, dựa trên sự kết hợp đơn giản giữa các cơ sở tri thức thủ tục, cơ sở tri thức các đối tượng tính toán và các cơ sở dữ liệu, cùng các vấn đề kỹ thuật liên quan, từ đó xây dựng hệ hỗ trợ học tập kiến thức trong môn toán cấp Trung học cơ sở.

**Từ khóa:** hệ thống thông minh trong giáo dục, biểu diễn tri thức và suy luận trên máy tính, hệ hỗ trợ tra cứu – truy vấn kiến thức, hệ thống hỗ trợ giải bài tập thông minh

## 1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Trong cuộc cách mạng công nghiệp 4.0, việc tiếp cận với máy tính, các công nghệ hiện nay rất thuận tiện và dễ dàng. Học sinh nói chung, học sinh cấp Trung học cơ sở nói riêng rất cần các ứng dụng công nghệ, đặc biệt là các ứng dụng thông minh có khả năng hỗ trợ việc tự học, tự rèn luyện như cách một giáo viên có thể hỗ trợ. Một hệ thống thông minh hỗ trợ cho người học toán cấp Trung học cơ sở, phải có đủ các nhóm chức năng sau:

- Hỗ trợ ôn tập kiến thức như tìm kiếm – tra cứu kiến thức theo phân loại. Người học có thể gửi cho hệ thống các mong muốn tìm kiếm bằng cách nhập vào các từ khóa (keyword), hoặc nhập nội dung bằng một số quy ước đơn giản để biểu diễn thêm thông tin cụ thể muốn tìm bằng ngôn ngữ quy ước. Hệ thống sẽ trả về cho người dùng các nội dung phù hợp với mong muốn tìm từ người sử dụng.

- Hỗ trợ ôn luyện kiến thức bằng cách làm các bài tập

dạng câu hỏi trắc nghiệm khách quan [1]. Người học có thể tự ôn luyện lại kiến thức và hệ thống sẽ nhận định năng lực hay kiến thức của người học qua mỗi bài làm. Hệ thống sẽ trả về cho người dùng các kết quả dưới dạng định lượng như: điểm trung bình, số lượng câu đúng/sai,... vv; và kết quả dưới dạng định tính như: yếu, kém, trung bình, khá, giỏi, xuất sắc, mỗi nhận định này không chỉ nhận định chung trên từng bài làm, mà sẽ chi tiết đến mức nhận định trên mỗi nội dung kiến thức mà người học cần học và cải thiện.

- Hỗ trợ giải bài tập và đưa ra (hiển thị) lời giải từng bước, tự nhiên, sư phạm là một vấn đề rất có ý nghĩa đối với người học. Chức năng này cho phép người học có thể lựa chọn các dạng bài tập theo chương trình học Toán cấp trung học cơ sở và yêu cầu hệ thống “làm” hay “giải” dạng bài tập này. Hệ thống sau khi nhận được yêu cầu của người học, cùng các dữ liệu, giá trị đầu vào được đưa vào thì hệ thống sẽ thực hiện giải tự động và sẽ hiển thị cho người dùng kết

Tác giả liên hệ: PGS.TS Đỗ Văn Nhơn  
Email: nhondv@hiu.vn

quả dưới dạng từng bước, bằng ngôn ngữ tự nhiên, mà học sinh có thể dễ dàng đọc và hiểu được.

Cùng với các tiến bộ về công nghệ kỹ thuật, về phương pháp thiết kế các hệ thống thông minh dựa trên trí thức, hiện nay có nhiều ứng dụng thông minh hỗ trợ trong giáo dục, có thể kể đến một số nhóm sau đây:

- Nhóm cung cấp các chức năng như tìm kiếm, xem bài giảng, xem tài liệu trực tuyến. Các hệ thống thuộc nhóm này hỗ trợ nhu cầu cơ bản của người học đó là xem và tìm kiếm nội dung mong muốn theo từ khóa, có thể kể đến các website có số lượng sử dụng lớn như Coursera, Violet.

- Nhóm hỗ trợ người học giải bài tập tự động bằng cách cho phép người sử dụng nhập vào các bài tập và hệ thống sẽ cung cấp cho người học lời giải cho bài tập vừa nhập vào. Có thể kể đến một vài hệ thống như là [6, 9, 11], đây là các hệ thống có chức năng hỗ trợ giải bài tập tự động trong nhiều miền tri thức toán, vật lý, hóa học. Lời giải được trình bày bằng ngôn ngữ tự nhiên, từng bước, rõ ràng như cách viết tay của một người làm bài.

- Nhóm hỗ trợ minh họa tự động các phương pháp và thuật giải, loại hệ thống cung cấp cho người sử dụng chức năng xem minh họa thuật giải của các bài toán đặc biệt là các khối ngành về kỹ thuật như công nghệ thông tin (*thuật giải* là một khái niệm cơ bản trong kiến thức lập trình). Chương trình sẽ thực hiện minh họa lại cách chạy, một cách từng bước của thuật toán theo mẫu dữ liệu cụ thể người sử dụng nhập vào, ta có thể kể đến hệ thống Visualgo hay [10], đây hệ thống cung cấp chức năng minh họa các thuật giải trong kiến thức về *Cấu trúc dữ liệu và giải thuật* (trong lĩnh vực công nghệ thông tin), lý thuyết đồ thị. Tuy nhiên, loại hệ thống này chỉ hướng đến rèn luyện kỹ năng và tư duy trong lập trình, các kiến thức toán cấp Trung học cơ sở chưa có nhiều bài tập liên quan đến học thuật giải, để khai thác nhóm ứng dụng này.

- Nhóm hỗ trợ kiểm tra năng lực người học bằng hình thức trắc nghiệm khách quan hay điền khuyết cơ bản, dựa trên một ngân hàng câu hỏi được tổ chức dưới dạng cơ sở dữ liệu thông dụng. Ở loại này có thể kể đến các hệ thống học tập như các hệ thống Violypic, Hocmai, hay trong [5].

Các nhóm hệ thống này đã đáp ứng được cho nhu cầu người sử dụng, tuy nhiên mỗi ứng dụng chỉ tập trung vào các chức năng riêng, chúng không đồng

thời đáp ứng được đủ các nhóm yêu cầu cơ bản của một ứng dụng hỗ trợ học tập toán cấp trung học cơ sở gồm: ôn luyện kiến thức bằng qua hình thức làm các bài tập trắc nghiệm khách quan, tìm kiếm – tra cứu kiến thức, giải và đưa ra lời giải tự động cho một số dạng bài tập. Người sử dụng (người học) sẽ gặp bất tiện trong việc sửa dụng luân phiên giữa các hệ thống này. Bên cạnh đó, sự tách biệt riêng từng ứng dụng, dẫn đến việc khai thác các thông tin, dữ liệu để đáp ứng cho người học cũng sẽ không được đồng bộ với nhau. Vì vậy, việc nghiên cứu đưa ra một hệ thống, có sự kết hợp các nhóm chức năng này là rất cần thiết và ý nghĩa đối với người học, cụ thể là các học sinh cấp Trung học cơ sở. Việc kết hợp các nhóm chức năng này, không chỉ được hiểu ở việc kết hợp nhiều ứng dụng thành một ứng dụng có đủ các chức năng như đề cập ở trên. Mà sự kết hợp còn phải đảm bảo được sự kết nối bên trong khâu tổ chức thiết kế, giữa các xử lý kỹ thuật, giữa các thành phần cơ sở tri thức và cơ sở dữ liệu. Việc kết nối hay gắn kết này giúp cho việc khai thác một cách hiệu quả được các kiến thức được lưu trữ, và đảm bảo được sự tự nhiên hơn, thay vì chỉ mang tính của sự lắp ghép đơn giản giữa các ứng dụng. Việc nghiên cứu các mối liên kết hay sự kết nối giữa các cơ sở tri thức và cơ sở dữ liệu là cần thiết và là một trong những vấn đề quan trọng trong khâu thiết kế hệ thống, đáp ứng các nhóm chức năng mà ở đó cần có sự xử lý dữ liệu, xử lý tri thức.

Thiết kế được một hệ thống có nhiều nhóm chức năng phức tạp và thông minh, tri thức hay kiến thức của phạm vi về lĩnh vực đó phải được mô hình, biểu diễn và đặc tả chúng lên máy tính, từ đó làm cơ sở phát triển các vấn đề và bài toán phục vụ cho các nhóm chức năng phức tạp này. Vấn đề chính trong thiết kế ứng dụng này, nằm ở việc nghiên cứu cách thiết kế và tổ chức cấu trúc của cơ sở dữ liệu và cơ sở tri thức, đặc biệt là sự liên kết giữa các cấu trúc này. Để xử lý vấn đề này, một cách tiếp cận phổ biến, đó là dựa sự thu thập các kiến thức và trên cơ sở từ nhu cầu người dùng. Với chức năng tìm kiếm - tra cứu kiến thức thì mức độ của tổ chức lưu trữ sao cho thuận tiện để tìm kiếm, đúng, đủ các mong muốn từ người dùng, cách thiết kế tổ chức sao cho phải lưu trữ được các nội dung cần hiển thị cho người dùng. Ví dụ như người dùng muốn tìm kiếm "*phương pháp giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn*" thì hệ thống chỉ cần đưa ra được nội dung (hay hiển thị) phương pháp giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn (gồm phương pháp

cộng đại số hoặc phương pháp thế để giải hệ phương trình, cùng với đó là nội từng bước của mỗi phương pháp). Hay một ví dụ khác về chức năng giải bài tập và đưa ra lời giải chẳng hạn, người dùng sẽ nhập vào các dữ kiện ban đầu của bài tập (gồm đề bài và yêu cầu), hệ thống sẽ tự động giải và sẽ hiển thị lời giải phù hợp với đề bài cho trước. Với loại chức năng này, tri thức không thể lưu theo dạng để chỉ hướng đến việc “hiển thị” nội dung cho người học, mà tri thức phải được tổ chức đặc tả, lưu trữ dưới dạng hình thức, để máy tính có thể “sử dụng”, vận dụng chúng trong việc giải bài tập. Với nhóm chức năng tự ôn luyện kiến thức bằng cách làm các bài tập trắc nghiệm khách quan [1], hệ thống cần đưa ra các đánh giá kết quả năng lực của người học theo sự phân loại kiến thức. Với chức năng này, thì ngoài việc tổ chức lưu trữ các câu hỏi trắc nghiệm theo các kĩ thuật bình thường như nội dung câu hỏi, đáp án các câu hỏi, đáp án câu đúng. Thì còn phải có sự liên kết thêm giữa câu hỏi này nằm trong phạm vi (chương mục) nào? hay câu hỏi này liên quan đến bài tập nào, chủ đề nào, khái niệm nào, mức độ khó như thế nào [4].

Dù mỗi nhóm chức năng khác nhau sẽ có sự thiết kế và tổ chức riêng để phục vụ cho chức năng đó. Tuy nhiên, rõ ràng trong khâu tổ chức chúng sẽ có sự kết nối mật thiết với nhau, việc thiết kế độc lập giữa các tổ chức là không phù hợp với sự tự nhiên. Vì vậy, việc đưa ra được các thiết kế, tổ chức có tính liên kết là rất cần thiết và ý nghĩa trong phần xây dựng và thiết kế hệ thống nói riêng, trong các hướng nghiên cứu về biểu diễn tri thức lên máy tính nói chung.

Việc đưa ra các thiết kế phù hợp cho tri thức cùng với các nhóm chức năng cụ thể cũng đã là một vấn đề thách thức các nhà thiết kế, trong hướng nghiên cứu về biểu diễn tri thức và suy luận trên máy tính. Bằng cách nghiên cứu và sử dụng các cơ sở lý thuyết, kết quả đã có đã có trong thiết kế, đặc biệt là các phương pháp biểu diễn tri thức thủ tục, phương pháp biểu diễn tri thức về các đối tượng tính toán, mô hình cơ sở dữ liệu quan hệ, để thực hiện nghiên cứu một kỹ thuật trong việc kết hợp đơn giản, có sự gắn kết giữa các kiến thức lại với nhau. Từ đó làm cơ sở, vận dụng vào triển khai thiết kế hệ thống thông minh hỗ trợ học tập kiến thức toán cấp Trung học cơ sở, với các nhau chức năng gồm: hỗ trợ ôn luyện kiến thức theo hình thức trắc nghiệm khách quan; hỗ trợ tìm kiếm – tra cứu kiến thức theo phân loại; hỗ trợ giải và đưa ra lời giải tự động thông minh.

## 2. THIẾT KẾ HỆ THỐNG HỖ TRỢ HỌC TẬP MÔN TOÁN CẤP TRUNG HỌC CƠ SỞ

### 2.1. Thiết kế cơ sở tri thức

#### 2.1.1. Thiết kế cơ sở tri thức hình học phẳng dựa trên mô hình các đối tượng tính toán COKB và lớp bài toán

##### Mô hình tri thức về các đối tượng tính toán:

Mô hình tri thức về các đối tượng tính toán hay gọi là mô hình COKB (Computational Objects Knowledge Base) [9], là một ontology cho phép biểu diễn một số mảnh tri thức phức tạp, nhiều thành phần, có nhiều mối quan hệ. Mô hình tri thức COKB gồm có 6 thành phần sau:

##### (C, H, R, Ops, Funcs, Rules)

- C là tập các khái niệm trong miền tri thức, mỗi khái niệm thuộc một lớp đối tượng tính toán.

Trong miền tri thức hình học phẳng, ta có thể liệt kê một số khái niệm gồm: “Số nguyên”, “Số thực”, “Điểm”, “Tia”, “Đường thẳng”, các khái niệm khác bao gồm “Đoạn thẳng”, “Góc”, “Tam giác”, “Tam giác vuông”, “Tam giác cân”, “Tam giác vuông cân”, “Tam giác đều”, “Tứ giác”, “Hình vuông”, “Hình chữ nhật”, “Hình thoi”, “Hình bình hành”, “Hình thang”, “Đường tròn”, ...

Mỗi đối tượng tính toán được phân cấp dựa trên cấu trúc hay cách xác định và được trang bị bên trong nội tại của chúng các thuộc tính, tính chất, luật suy luận, các bài toán và các hành vi trên đối tượng [9].

- H là tập hợp các quan hệ phân cấp trên C, ta có thể liệt kê một vài quan hệ phân cấp sau:

+ R là tập các quan hệ hai ngôi trên C, ta có thể liệt kê một vài quan hệ sau đây: Các quan hệ giữa điểm và điểm, giữa điểm và đoạn thẳng, giữa đoạn thẳng và đoạn thẳng, giữa đoạn thẳng và đường tròn, giữa góc và đường tròn, giữa các tam giác, giữa điểm và đường tròn, giữa đoạn và tam giác, ...

+ Ops là tập các toán tử trên các đối tượng tính toán trong C.

+ Funcs là tập các hàm trong miền tri thức.

+ Rules là tập các tính chất/định lý/luật trong miền tri thức, trong miền tri thức hình học phẳng [12], ta có thể kể đến như: tính chất nhận biết tam giác vuông trong đường tròn, tính chất nhận biết đường cao



trong tam giác, tính chất bán kính của đường tròn, tính chất đường kính của đường tròn, tính chất nhận biết trong tam giác vuông, tính chất trung tuyến trong tam giác vuông, tính chất dây cung, quan hệ đường kính và dây cung, quan hệ đường cao trong tam giác, quan hệ đường cao trong tam giác vuông, quan hệ trung điểm của đoạn, quan hệ hai tam giác bằng nhau, quan hệ giao điểm của hai đoạn thẳng, quan hệ thuộc đoạn thẳng, quan hệ hai góc đối đỉnh, quan hệ hai tam giác bằng nhau,... Các sự kiện trên luật được phân loại thành 12 loại sự kiện trên miền tri thức theo [9].

### Mô hình bài toán trên tri thức COKB và kỹ thuật thiết kế bộ suy diễn:

Mô hình bài toán trên tri thức COKB là một mạng các đối tượng tính toán, mô hình bài toán có dạng  $(O, F) \rightarrow G$  (theo [9]), trong đó  $(O, F)$  là giả thuyết cho trước của bài toán, với  $O$  là tập các sự kiện được cho trước của bài toán,  $F$  là tập sự kiện của bài toán,  $G$  là tập các mục tiêu của bài toán, trong đó mục tiêu của bài toán gồm hai mục tiêu sau đây: i) tính toán giá trị của một đối tượng hoặc một thuộc tính của đối tượng; ii) xác định hay chứng minh một sự kiện thuộc 12 loại sự kiện theo mô hình tri thức COKB.

Kỹ thuật thiết kế bộ suy diễn giải quyết bài toán tự động trên mô hình mạng các đối tượng tính toán dựa trên các chiến lược suy diễn tiến, kết hợp với suy luận dựa trên bài toán mẫu [9]. Ý tưởng chính của giải thuật này đó chính là dựa trên các sự kiện giả thiết được cho trước, ta gọi đây là tập sự kiện giả thiết, hệ thống sẽ vận dụng các quy tắc suy luận [9] để sinh ra những sự kiện mới. Việc phát sinh sự kiện mới này sẽ dừng khi gặp một trong hai trường hợp sau đây:

- Khi tập sự kiện đã biết có chứa tập sự kiện mục tiêu. Đây này là trường hợp bài toán được xem là giải được.

- Không thể sinh thêm sự kiện mới từ các sự kiện đã biết. Đây này là trường hợp bài toán được xem là không giải được.

Quy tắc sinh sự kiện gồm các nhóm quy tắc sau đây:

- Nhóm quy tắc “*Sinh ra sự kiện mới từ tập sự kiện (tính chất) vốn có của đối tượng*”.

- Nhóm quy tắc “*Tự động sinh ra các sự kiện mặc nhiên từ tập sự kiện đã biết trước*”.

- Nhóm quy tắc “*Sinh ra sự kiện mới dựa trên việc thay thế các sự kiện loại 3 vào một luật dạng quan*

*hệ tính toán*”.

- Nhóm quy tắc “*Sinh ra sự kiện mới dựa trên việc áp dụng một luật dẫn*”.

- Nhóm quy tắc “*Sinh ra sự kiện mới dựa trên việc giải một hệ phương trình được thành lập bằng cách kết hợp nhiều dạng quan hệ tính toán hoặc nhiều sự kiện loại 5*”.

- Nhóm quy tắc “*Sinh ra sự kiện mới dựa trên hành vi của các đối tượng là thuộc tính bên trong của bản thân đối tượng và những sự kiện liên quan đến nó*”.

- Nhóm quy tắc “*Sinh ra sự kiện mới dựa trên áp dụng bài toán mẫu*”.

### 2.1.2. Cách thiết kế tri thức thủ tục cho một số dạng bài toán trong miền tri thức

Tri thức thủ tục

Kiến thức toán cấp Trung học cơ sở có rất nhiều dạng bài tập/bài toán khác nhau, mỗi dạng bài tập thường sẽ một hoặc nhiều cách để giải chúng. Với mỗi dạng bài tập cụ thể trong chương trình đều có cách để giải. Những cách giải cho dạng toán này thường theo từng bước (quy tắc/luật) cụ thể, rất rõ ràng và xác định. Vì vậy về mặt thiết kế có thể dùng cấu trúc tri thức dạng thủ tục/hàm để biểu diễn cho danh sách các dạng bài tập này.

Tri thức dạng thủ tục/hàm là một loại biểu diễn tri thức khá đơn giản và hiệu quả đối với những dạng bài tập nhỏ, có dữ liệu/dữ kiện đầu vào, đầu ra, số bước giải hay kịch bản giải được xác định rõ ràng. Hiện nay các ngôn ngữ lập trình phổ biến đều hỗ trợ kỹ thuật lập trình dạng thủ tục này.

Như trong kiến thức toán phần đại số lớp 9 [12], ta sẽ có dạng bài tập về giải hệ phương trình bậc nhất 2 ẩn.

Bài toán có dạng:

$$\begin{cases} ax + by = c \text{ (pt1)} \\ a'x + by' = c' \text{ (pt2)} \end{cases}$$

(với  $a^2 + b^2 \neq 0$  và  $a'^2 + b'^2 \neq 0$ )

Với dạng bài tập này ta có thể giải bằng cách phương pháp thế như sau:

Bước 1: Lấy pt1 – pt2 ta được pt3:

$$(a - a')x + (b - b')y = (c - c')$$

Bước 2: Thực hiện rút y tại pt3 ta được pt3:

$$y = \frac{(c - c') - (a - a')x}{(b - b')}$$

Bước 3: Thế pt3 vào pt1 ta được:

$$ax + b * \frac{(c-c') - (a-a')x}{(b-b')} = c$$

Bước 4: Tiếp tục từ pt1 ta giải được x khi biết trước giá trị a, b, c, a', b', c'.

Bước 5: Tiếp tục thế giá trị x vừa tìm được ở bước 4 vào bất kì phương trình nào pt1, pt2 hoặc pt3 để giải tìm giá trị y.

Bước 6: Kết luận giá trị x, y.

**Các dạng bài tập được thiết kế theo dạng tri thức thủ tục, ta có một số dạng bài tập ở toán lớp 9 như sau:**

+ Dạng bài tập trên căn thức: *tính căn thức, so sánh hai căn thức, rút gọn căn thức,...*

+ Dạng bài tập trên hàm số: *khảo sát hàm số, vẽ bảng biến thiên của hàm số, xác định tính đơn điệu của hàm số,...*

+ Dạng bài tập trên phương trình bậc nhất một ẩn: *giải – biện luận phương trình,...*

+ Dạng bài tập trên hệ phương trình: *giải hệ phương trình, biện luận hệ phương trình,...*

**2.1.3. Thiết kế cơ sở dữ liệu phục vụ cho nhu cầu tìm kiếm – truy vấn kiến thức và các lớp bài toán**

Tìm kiếm kiến thức là một yêu cầu đặt ra trong hầu hết các hệ thống ứng dụng công nghệ thông tin, từ các hệ thống thông tin quản lý đơn giản, đến các hệ thống AI thông minh. Hệ thống cung cấp giao diện, người dùng có thể nhập vào mong muốn tìm kiếm thông qua các từ khóa, hệ thống sẽ nhận yêu cầu và truy tìm trong tài nguyên được lưu trữ sẵn, nếu tìm thấy sẽ trả về các kết quả phù hợp với từ khóa người dùng nhập vào cùng các nội dung liên quan của chúng. Việc thiết kế hệ thống loại này ta chỉ cần tổ chức lưu trữ một cách khéo léo rằng với mỗi từ khóa ta sẽ có một ánh xạ nội dung tương ứng sẽ hiển thị.

Ví dụ: trong kiến thức toán cấp Trung học cơ sở, khi lưu trữ từ khóa “*Hàm số bậc nhất*” thì sẽ lưu tương ứng thêm nội dung tương ứng của khái niệm này như sau:

■ Khái niệm hàm số bậc nhất: Hàm số bậc nhất là hàm số được cho bởi công thức:  $y = a*x + b$  (trong đó a, b là các số cho trước và  $a \neq 0$ )?

■ Các tính chất Hàm số bậc nhất  $y = a*x + b$  xác định  $\forall x \in R$  và có các tính chất sau:

+ Đồng biến trên R, khi  $a > 0$ .

+ Nghịch biến trên R, khi  $a < 0$ ?

Ví dụ: xét hàm số  $y = -3*x + 1$ , luôn xác định  $\forall x \in R$ . Khi cho biến x lấy hai giá trị bất kỳ  $x_1, x_2$ , sao cho  $x_1 < x_2$  hay  $x_2 - x_1 > 0$ , ta có:  $f(x_2) - f(x_1) = (-3*x_2 + 1) - (-3*x_1 + 1) = -3*(x_2 - x_1) < 0$  hay  $f(x_1) > f(x_2)$ . Vậy hàm số  $y = 3*x + 1$  là hàm số nghịch biến trên R.

Theo nội dung sách giáo khoa toán lớp 9 (tập 1) cấp trung học cơ sở [12].

Với yêu cầu tương đối đơn giản, ta có thể sử dụng mô hình cơ sở dữ liệu quan hệ để tổ chức lưu trữ cho dạng cấu trúc này, trong đó các từ khóa sẽ được phân loại thành các thành phần tri thức như: Khái niệm, các dạng bài tập, các phương pháp giải bài tập. Mỗi khái niệm sẽ được tổ chức có sự liên kết với cơ sở tri thức được thiết kế theo mục 2.1.2, sự liên kết và các kĩ thuật xử lý sẽ được trình bày ở phần 2.2; các dạng bài tập sẽ lưu trữ tập các dạng bài tập trong miền tri thức và có sự phân lớp; các phương pháp giải sẽ lưu trữ tập các phương pháp giải tương ứng cho các dạng bài tập.

**2.1.4. Thiết kế cơ sở dữ liệu phục vụ cho yêu cầu về ôn luyện qua các câu hỏi trắc nghiệm khách quan**

Để thiết kế được hệ thống có thể đánh giá kết quả, năng lực người học theo hình thức trắc nghiệm khách quan, đòi hỏi hệ thống cần phải thiết kế và tổ chức lưu trữ được các câu hỏi và sự phân loại câu hỏi theo các yếu tố như phạm vi về kiến thức, phạm vi chương mục, hay mức độ câu hỏi thuộc độ khó nào, như: *nhận biết, thông hiểu, vận dụng, vận dụng cao* (thang đo Bloom [4]). Kết quả này được [5], nghiên cứu và trình bày, với cấu trúc của mỗi câu hỏi, gồm các thành phần như: *nội dung câu hỏi, tập các đáp án, đáp án đúng, tính chất của câu hỏi, tập chủ đề liên quan, và phạm vi của câu hỏi*. Cùng với đó, công trình cũng đã đưa ra được cấu trúc của đề thi từng mức độ dựa trên độ khó của mỗi câu hỏi.

Cùng với đó là các vấn đề kỹ thuật trong việc tạo ra các đề thi như:

o Tạo đề thi theo độ khó của đề thi: *dễ, trung bình, khó, rất khó*

o Tạo đề thi theo nội dung kiến thức: phạm vi theo phân loại kiến thức, phạm vi theo chương mục.

**Bảng 1.** Bảng độ khó của đề thi theo [5]

Độ khó của đề thi	Tính chất của câu hỏi			
	Nhận biết (%)	Thông hiểu (%)	Vận dụng (%)	Vận dụng cao (%)
<i>Đễ</i>	50%	30%	10%	10%
<i>Trung bình</i>	30%	40%	20%	10%
<i>Khó</i>	20%	30%	30%	20%
<i>Rất khó</i>	10%	20%	40%	30%

**2.2. Tổ chức kiến thức toán cấp trung học cơ sở**

**2.2.1. Tổ chức cơ sở tri thức cho thiết kế chức năng giải bài tập tự động**

tri thức toán Trung học cơ sở.

o **Problems:** bảng lưu trữ các dạng bài tập trong miền tri thức toán Trung học cơ sở.



**Hình 1.** Tổ chức cơ sở tri thức cho nhóm chức năng giải bài tập của khối lớp 6, 7, 8, 9.

Tri thức được tổ chức cho thiết kế chức năng giải bài tập tự động gồm 4 cấp lớp: lớp 6, lớp 7, lớp 8, lớp 9. Mỗi cấp lớp gồm có 2 nhóm tri thức: nhóm lưu tri thức hình học phẳng, nhóm lưu tri thức dạng thủ tục cho các dạng bài tập. Các cấu trúc tri thức được tổ chức và lưu trữ dưới dạng tập tin .TXT có cấu trúc.

**2.2.2. Tổ chức cơ sở dữ liệu cho thiết kế chức năng truy tìm kiến thức theo từ khóa và phân loại**

Kiến trúc tổ chức cơ sở dữ liệu với một số bảng chính gồm:

o **Concepts:** bảng lưu trữ các khái niệm trong miền

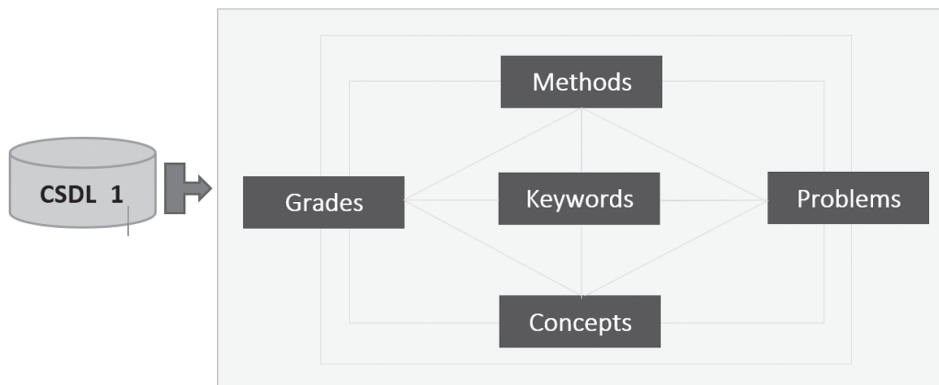
o **Methods:** bảng lưu trữ các phương pháp giải của từng dạng bài tập.

o **Grades:** bảng lưu trữ các cấp lớp.

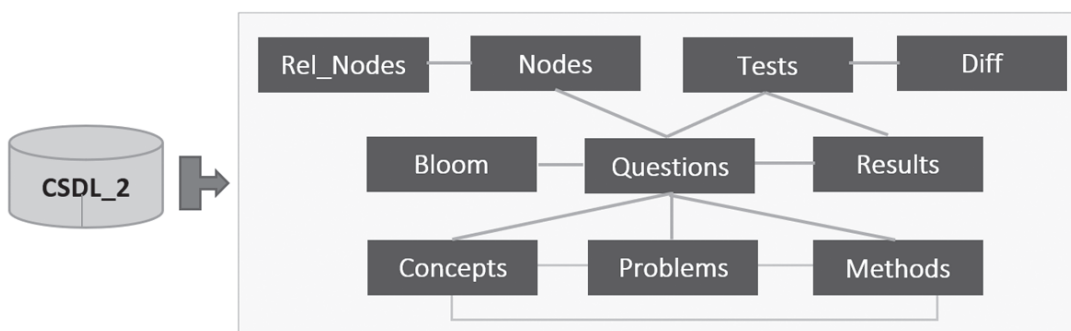
o **Keywords:** bảng lưu trữ các từ khóa có trong miền tri thức, các dạng bài tập, các phương pháp giải hay các khái niệm được xem là các từ khóa.

**2.2.3. Tổ chức cơ sở dữ liệu cho thiết kế chức năng rèn/ôn luyện kiến thức bằng hình thức trắc nghiệm khách quan**

Kiến trúc tổ chức cơ sở dữ liệu với một số bảng chính gồm:



Hình 2. Tổ chức cơ sở dữ liệu CSDL\_1



Hình 3. Tổ chức cơ sở dữ liệu CSDL\_2

- o **Concepts, Problems, Methods:** tương tự CSDL\_1.
- o **Nodes:** Bảng lưu trữ các mục trong cây chương mục kiến thức toán.
- o **Rel\_Nodes:** Bảng lưu trữ quan hệ CHA-CON giữa các mục trong bảng Nodes.
- o **Questions:** Bảng lưu trữ các câu hỏi trong miền tri thức
- o **Bloom:** Bảng lưu thang bloom: *nhận biết, thông hiểu, vận dụng, vận dụng cao*
- o **Tests:** Bảng lưu trữ các bài kiểm tra

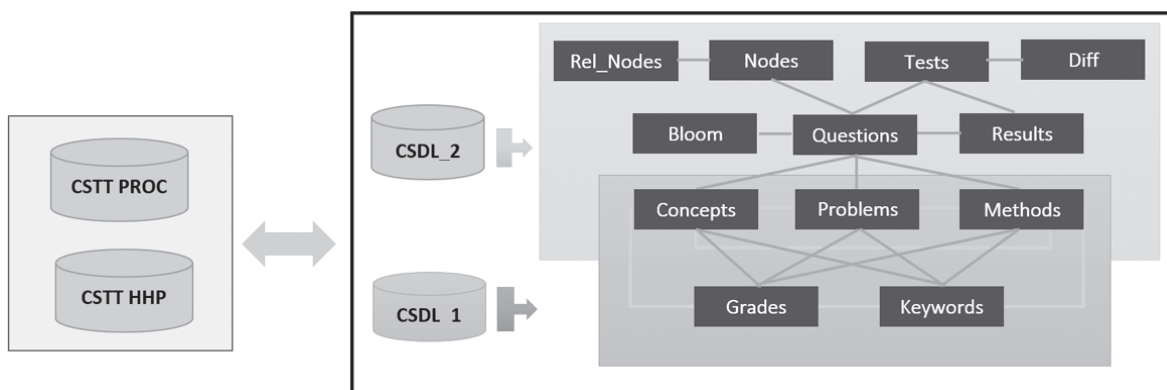
- o **Results:** Bảng lưu kết quả các bài kiểm tra đã làm

### 2.2.4. Tổ chức lưu trữ kiến thức của hệ thống

Tổ chức kiến thức của hệ thống gồm:

- o **CSTT PROC:** là cơ sở tri thức dạng thủ tục, lưu trữ các thủ tục giải tự động các dạng bài tập trong kiến thức toán lớp 6, 7, 8, 9. Cấu trúc tổ chức chi tiết được trình bày ở mục 2.2.1.

- o **CSTT HHP:** là cơ sở tri thức hình học phẳng lớp 6, 7, 8, 9, phục vụ cho yêu cầu thiết kế chức năng suy diễn giải quyết các bài tập tự động trên miền tri thức hình học phẳng, kiến trúc tổ chức chi tiết được trình



Hình 4. Tổ chức lưu trữ kiến thức của hệ thống hỗ trợ học tập toán cấp Trung học cơ sở



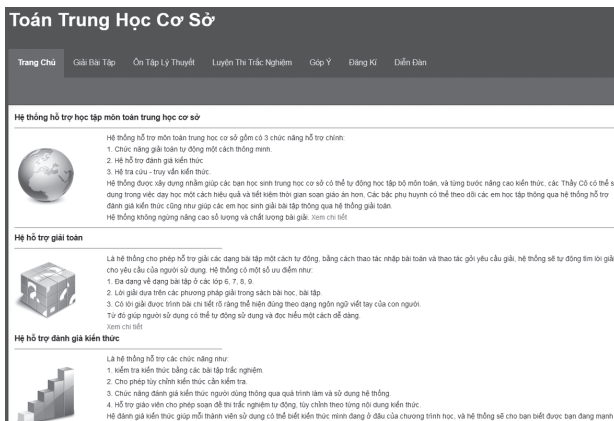
bày ở mục 2.2.1.

o CSDL gồm 2 bộ CSDL\_1, CSDL\_2 có sự liên kết đơn giản bằng cách sử dụng các bảng như: **Concepts, Problems, Methods**. Việc dùng chung này cho phép truy xuất các dữ liệu trong CSDL khi thực hiện tìm kiếm theo phân loại, hay cần xử lý các câu hỏi, tạo đề liên quan đến sự phân loại về mặt nội dung.

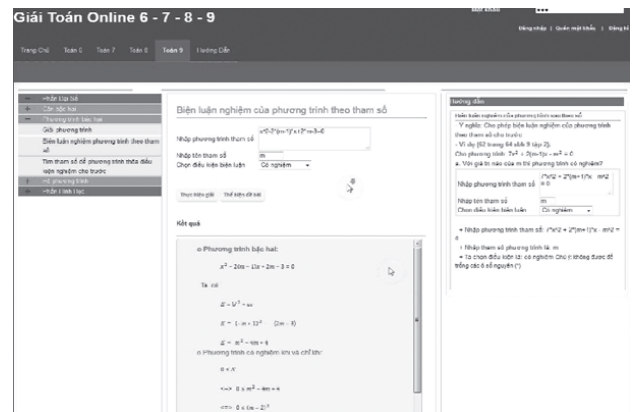
### 3. CÀI ĐẶT VÀ KẾT QUẢ THỬ NGHIỆM

Hệ thống được cài đặt là một ứng dụng website, được

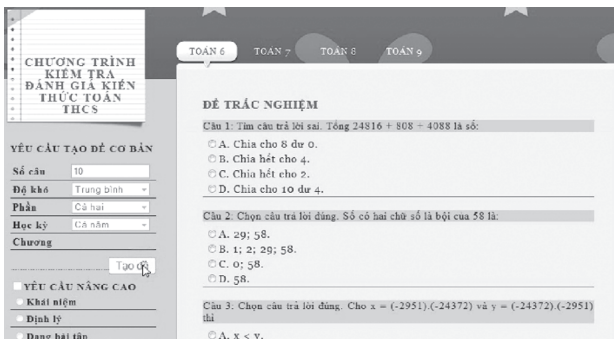
một kiến trúc thiết kế đầy đủ cho hệ thống thông minh hỗ trợ học Toán cấp Trung học cơ sở. Hệ thống đề xuất có các nhóm chức năng cơ bản gồm: ôn luyện kiến thức qua hình thức trắc nghiệm khách quan, tìm kiếm kiến thức theo từ khóa và phân loại kiến thức, giải bài tập tự động trong miền tri thức hình học phẳng và đại số 4 cấp lớp 6, 7, 8, 9 với hơn 50 dạng bài tập các loại. Hệ thống đề xuất sẽ giúp cho học sinh, người đam mê toán học tập hiệu quả hơn và hiểu sâu sắc về các khái niệm, tính chất của hình



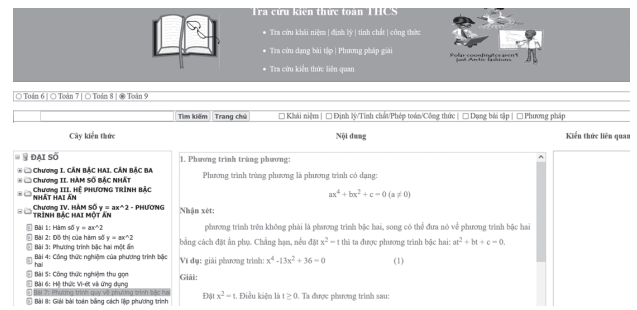
Hình 5. Giao diện trang chủ hệ thống



Hình 6. Giao diện chức năng giải bài tập tự động



Hình 7. Giao diện chức năng hỗ trợ ôn luyện kiến thức bằng hình thức trắc nghiệm khách quan



Hình 8. Giao diện chức năng tìm kiếm và truy vấn kiến thức theo từ khóa và phân loại kiến thức

viết bằng ngôn ngữ lập trình C# và công nghệ phát triển các ứng dụng web ASP.NET, kết hợp với nhân xử lý Maple để thực hiện giải các dạng bài tập suy diễn tự động trên miền tri thức hình học phẳng và tri thức dạng thủ tục. Hệ thống đã được chạy thử nghiệm thành công và các chức năng đều cho ra kết quả tự nhiên, sự phạm, phù hợp với độ tuổi là học sinh cấp trung học cơ sở. Dưới đây là một số giao diện chính của hệ thống.

### 4. KẾT LUẬN

Bằng các kết quả từ các công trình đã có, bài báo đã tổng hợp và kết hợp lại các thiết kế riêng lẻ để tạo lên

học phẳng và đại số.

Tuy đã có kết hợp rất nhiều kĩ thuật và giải pháp trong thiết kế, song các nhóm chức năng của hệ thống cũng cần phải được cải thiện và nâng cấp, chẳng hạn như:

o Chức năng tìm kiếm theo từ khóa và phân loại cần phải hỗ trợ cho người học các cấu trúc quy ước đơn giản, để có thể diễn đạt nhiều thông tin hơn thay vì chỉ là các từ khóa.

o Chức năng giải bài tập về kiến thức hình học phẳng với những bài tập khó sử dụng nhiều quy tắc suy luận cũng cần phải cải thiện thêm về thời gian.



o Chức năng đề nghị các dạng bài tập và vấn đề tương tự hoặc đề nghị các bài tập ở mức độ khó hơn theo cấp độ đạt được của người học.

o Nghiên cứu tích hợp và mở rộng với các miền tri thức liên quan như kiến thức toán cấp Trung học phổ

thông lớp 10, 11, 12.

o Nghiên cứu kết các kỹ thuật cải tiến UI (giao diện người dùng) sẽ xây dựng một hệ thống thông minh có tính tương tác cao. Hệ thống có thể tương tác và trợ giúp người dùng một cách tự nhiên hơn.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Emmis Communications, *The Alcalde*, University of Texas at Austin, ISSN: 1535-993X. 1973.

[2] Brenman R.L., *Educational Measurement (4th edition)*, ACE/PRAEGER series on Higher Education, 2006.

[3] Tom Kubiszyn, Gray Borich, *Educational Testing and Measurement: Classroom Education and Practice (10th edition)*, New York: John Wiley & Sons, Inc, 2013.

[4] L.W. Anderson, D.R. Krathwohl, P.W. Airasian, K.A. Cruikshank, R.E. Mayer, P.R. Pintrich, J. Rath, M.C. Wittrock, *A Taxonomy for Learning, Teaching, and Assessing: A revision of Bloom's Taxonomy of Educational Objectives*, New York: Pearson, Allyn & Bacon, 2001.

[5] Thanh T. Mai, Hien D. Nguyen, Trung T. Le, Vuong T. Pham, "An Intelligent Support System for the Knowledge evaluation in high-school mathematics by Multiple choices testing", *The 5th NAFOSTED Conference on Information and Computer Science (NICS 2018)*, pp. 284-289, 2018.

[6] Nguyễn Đình Hiển, Đỗ Văn Nhơn, "Mô hình tri thức toán tử và Ứng dụng xây dựng hệ hỗ trợ giải bài toán thông minh", *Tạp chí Khoa học và Công nghệ, Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam*, Tập 52, số 4D, trang 60-76, 2014.

[7] Hatzilygeroudis and J. Prentzas., "Knowledge

Representation Requirements for Intelligent Tutoring Systems", *Seventh International Conference on Intelligent Tutoring Systems. Lecture Notes in Computer Science*, vol. 3220, pp. 87-97, 2004.

[8] Eduardo Guzmán, Ricardo Conejo, "A Model for Student Knowledge Diagnosis Through Adaptive Test", *Seventh International Conference on Intelligent Tutoring Systems. Lecture Notes in Computer Science*, vol. 3220, pp. 12-21, 2004.

[9] Nhon V. Do, Thanh T. Mai, "Development of reasoning techniques on knowledge representation model COKB and Applications", *Proceeding of 2016 IEEE International Conference on Knowledge and Systems Engineering*, 2016.

[10] Do, N., Nguyen, H., Mai, T, "Intelligent Educational Software in Discrete Mathematics and Graph Theory". *Proceedings of 17<sup>th</sup> International Conference on Intelligent Software Methodologies, Tools, and Techniques*, pp. 925 - 938, 2018.

[11] Nhon V. Do, Phat V. Huynh, "Variation of COKB Model for Solving Problems about Chemical Elements", *Proceeding of 2015 IEEE International Conference on Knowledge and Systems Engineering (KSE)*, ISBN: 978-1-4673-8013-3, Ho Chi Minh, Vietnam, 2015.

[12] Phan Đức Chính (chủ biên) và các tác giả, *Toán 6, 7, 8, 9 (Tập 1-Tập 2)*, NXB Giáo dục Việt Nam, 2021.

# A Design Method for The Intelligent Learning Support System in Secondary School Mathematics

Mai Trung Thanh, Do Van Nhon and Hoang Ngoc Long

## ABSTRACT

*An intelligent application supporting mathematics learning at the secondary school plays a significant role*

*in the overall digital transformation specifically in education. An intelligent learning support system must have functionalities that enable students to practice and search for knowledge through categorized information, particularly with the ability to provide automated problem-solving assistance and step-by-step solutions that are natural and pedagogical in the educational context. Currently, there are various educational learning support applications available; however, these applications only fulfill individual functionalities without integrating them into a comprehensive system. Designing such a system requires the combination of multiple techniques and methods, especially knowledge representation and problem-solving inference methods on computers, as well as data design following the relational database model. This paper presents a system design methodology based on the combination of procedural knowledge bases, computational object knowledge bases (COKB), and relational database models, along with technical considerations. This design aims to create an intelligent system that supports mathematics learning at the Secondary School. The system is designed under a client-server architecture, allowing users to access it through the Internet environment.*

**Keywords:** *Intelligent systems in education, knowledge-based systems, knowledge representation, knowledge retrieval and query support system, intelligent problem solver*

---

Received: 17/05/2023

Revised: 03/06/2023

Accepted for publication: 05/06/2023